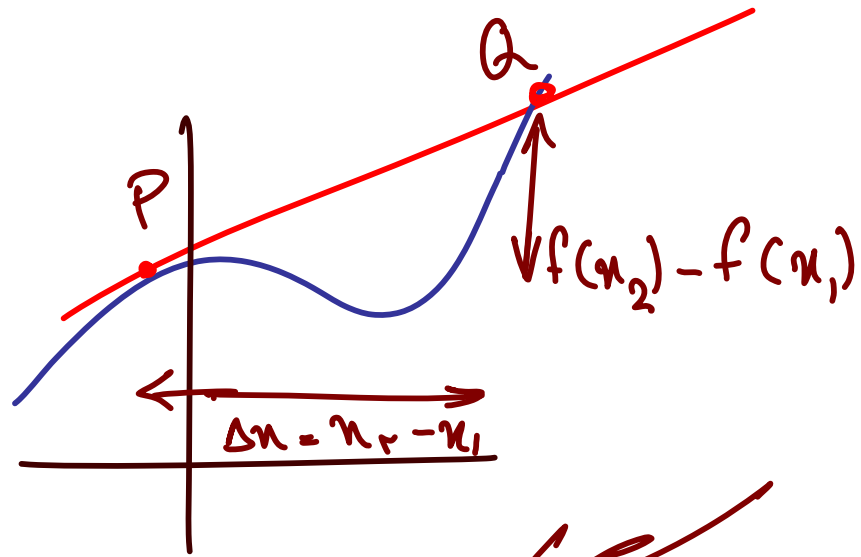


بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ



هفته پنجم ۰

حسب سبب خطا قریبند که ما را برمیخی در نقطه P است
با m فیل داده شود

$$m_{PQ} = \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

اگر Δx به صفر نزدیک شود سبب خطا ما را برمیخورد در نقطه P افواهم داشت پس:

$$m(x_1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

و اگر پاسخ این عبارت $+\infty$ یا $-\infty$ شود علامت عمود کا پورن این سبب است و $x = x_1$ خط عمود است.

مثال = در سهمی $y = x^2$ سبب خط عمود به سهمی در نقطه $(2, 4)$ را بیابید.

$$m(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta x) - f(2)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(2 + \Delta x)^2 - 4}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{4 + 4\Delta x + (\Delta x)^2 - 4}{\Delta x} = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta x \neq 0}} 4 + \Delta x = 4$$

تعریف مشتق تابع f تابعی است که با f' نشان داده می شود و مقدارش بصورت زیر است:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

مثق f رابا بـ : $f(x) = 3x^2 + 12$ ة لؤ

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3(x + \Delta x)^2 + 12 - (3x^2 + 12)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cancel{3x^2} + 6x\Delta x + 3(\Delta x)^2 + \cancel{12} - \cancel{3x^2} - \cancel{12}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cancel{6x\Delta x} + 3(\Delta x)^2}{\cancel{\Delta x}}$$

$$= 6x + 3\Delta x = 6x$$

$\Delta x \neq 0$

مسال ۹ مشتق تابع $y = \frac{2+x}{3-x}$ را بیابید ۹

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

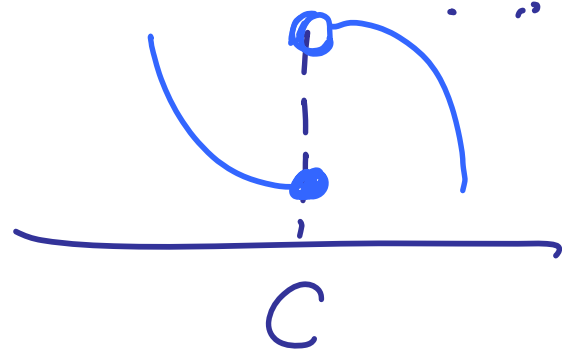
$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{2+x+\Delta x}{3-x-\Delta x}\right) - \left(\frac{2+x}{3-x}\right)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(2+x+\Delta x)(3-x) - (2+x)(3-x-\Delta x)}{\Delta x (3-x-\Delta x)(3-x)}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cancel{6+x-x^2} + 3\Delta x - \cancel{x\Delta x} - (\cancel{6+x-x^2} - 2\Delta x - \cancel{x\Delta x})}{\Delta x (3-x-\Delta x)(3-x)}$$

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{5 \Delta n}{\Delta n (3-n-\Delta n)(3-n)} = \frac{5}{(3-n-\Delta n)(3-n)} = \frac{5}{(3-n)^2}$$

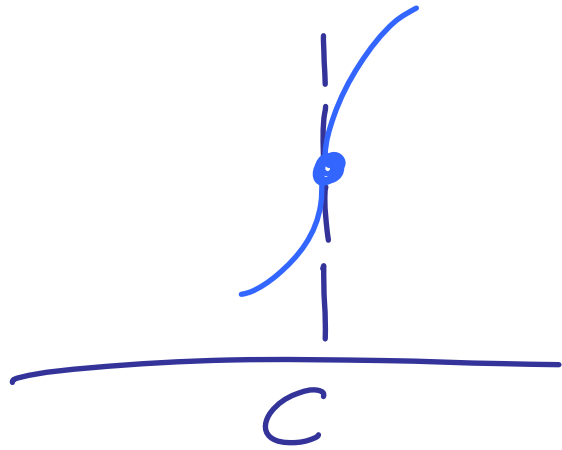
$\Delta n \neq 0$ $\Delta n \rightarrow 0$

تابع f می تواند به یکی از دایره زرد در عدد c مشتق پذیر باشد

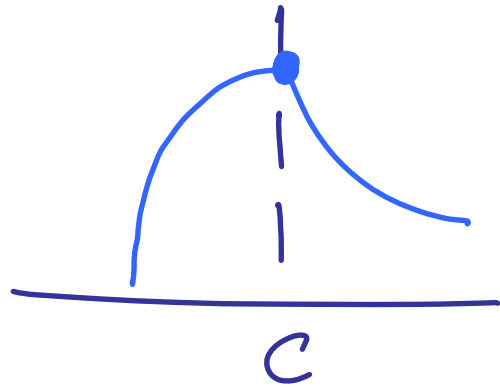


← تابع f در c ناپوشیده باشد مثل ←

2 ← تابع f در C پیوسته است ولی تابع f در C خط مماس ندارد



3 ← تابع f در C بازگشت تیز دارد :
↻

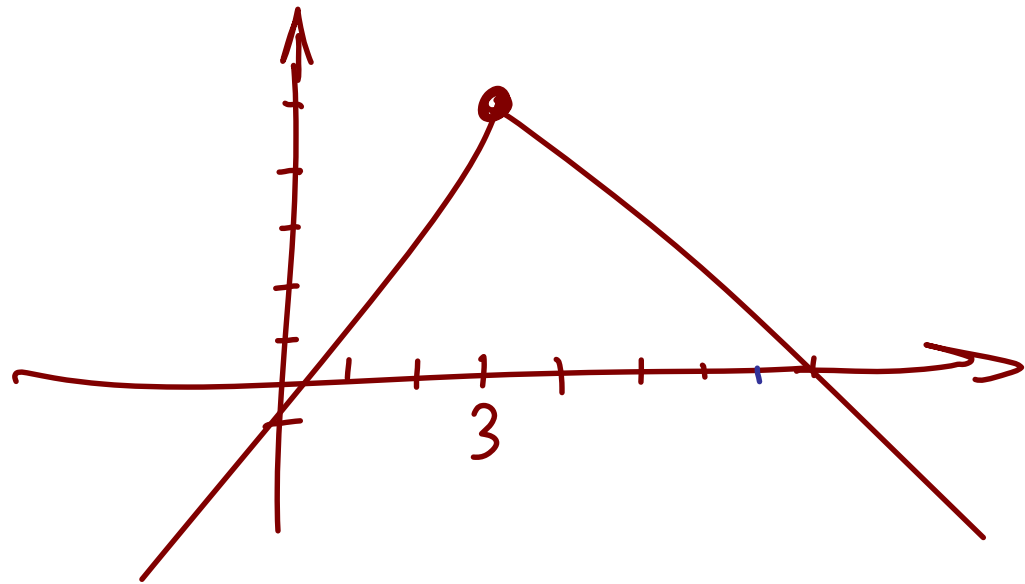


در این مورد مفهوم مشتق یک طرفه معرفی می شود

$$f'(x_1)^+ = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$$

میں سے: کتابچہ
 $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x < 3 \\ 8-x, & x \geq 3 \end{cases}$ f کی $x=3$ سے نیچے

$f'(3)^+$ و $f'(3)^-$ کی بات کی جائے:



باتوں پر اسے عموداً کتابچہ سے دیکھو،
 نقطہ $x=3$

$$f'(3)^- = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(3+\Delta x) - f(3)}{\Delta x} = \frac{[2(3+\Delta x) - 1 - (2(3) - 1)]}{\Delta x}$$

$$= \frac{\cancel{6} + 2\Delta n - \cancel{6}}{\Delta n} = 2$$

$$\Delta n \rightarrow 0$$

$$\Delta n \neq 0$$

$$f'(3) = \lim_{\Delta n \rightarrow 0^+} \frac{[8 - (n + \Delta n)] - (8 - n)}{\Delta n} = \lim_{\Delta n} \frac{\cancel{8} - \cancel{n} - \Delta n - \cancel{8} + \cancel{n}}{\Delta n}$$

$$= \lim_{\Delta n} \frac{-\Delta n}{\Delta n} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\Delta n \rightarrow 0^+$$

$$\Delta n \neq 0$$

اعمال تقسیمی درجه ۳

$$\lim_{\Delta u \rightarrow 0} \frac{u^n + n u^{n-1} \Delta u + \frac{n(n-1)}{2!} u^{n-2} (\Delta u)^2 + \dots + n u (\Delta u)^{n-1} + (\Delta u)^n - u^n}{\Delta u}$$

بعضی $\Delta u \neq 0$
 از صورت دیگر Δu ساده می شود \Rightarrow

$$f'(u) = \lim_{\Delta u \rightarrow 0} \left(n u^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2!} u^{n-2} (\Delta u) + \dots + n u (\Delta u)^{n-2} + (\Delta u)^{n-1} \right)$$

$$= n u^{n-1}$$

چون ضرایب اولی در
 همه Δu ها

$$g(u) = c f(u)$$

$$g'(u) = c f'(u)$$

چند تعریف دیگر :

$$h(x) = f(x) + g(x) \quad \rightarrow \quad h'(x) = f'(x) + g'(x)$$

$$h(x) = f(x)g(x) \quad \rightarrow \quad h'(x) = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$$

$$h(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \rightarrow \quad h'(x) = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$f(x) = x^{-n} \quad \rightarrow \quad f'(x) = -n x^{-n-1}$$

$$h(x) = \frac{2x^3 + 4}{x^2 - 4x + 1}$$

مشتق تابع را با استفاده از قانون کسرها

$$h'(x) = \frac{(6x^2)(x^2 - 4x + 1) - (2x^3 + 4)(2x - 4)}{(x^2 - 4x + 1)^2}$$

$$= \frac{6x^4 - 24x^3 + 6x^2 - 4x^4 + 8x^3 - 8x + 16}{(x^2 - 4x + 1)^2}$$

$$y = \frac{3}{x^5} \rightarrow y' = ?$$

∴ ∫

$$y = 3x^{-5} \rightarrow y' = (-5 \times 3) x^{-6} = \frac{-15}{x^6}$$

مشتق به عنوان میراث تغییر

اگر تابع S با معادله $S = f(t)$ تعریف شود و S عامل حرکت دار زمان
در لحظه t باشد آنگاه سرعت لحظه‌ای ذره با $v(t)$ قطع دار باشد و

$$v(t) = f'(t)$$

مسئله: توپی با ارتفاع از زمین با سرعت اولیه 64 ft/sec به بالا پرتاب می‌شود. ۱۵

$$(s = -16t^2 + 64t) \quad \text{معادله حرکت این تپه‌سوار}$$

در 1 ثانیه و 3 ثانیه سرعت تپه‌سوار چقدر است؟
تپه‌سوار چقدر بالا می‌رود؟ در ثانیه چند در اوج است؟
چقدر طول حرکت کرده است؟

$$f(t) = -16t^2 + 64t$$

$$v(t) = f'(t) = -32t + 64$$

$$\begin{cases} v(1) = 32 \\ v(3) = -32 \end{cases}$$

در اوج تغییر جهت می‌دهد و $-32t + 64 = 0 \Rightarrow t = 2$ / $f(2) = 64$ /

$$s = -16t^2 + 64t = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ و } t = 4$$

در 4 ثانیه به زمین برنگردد

سرعت و مسافت را بتوان میان تغییر فاصله بر تغییر زمان تعبیر کرد که نسبت تغییر مسافت به

میان : یک نسبت تعیین کرده
از لحاظ کالری مورد که $(y = 5 + 400x - 2x^2)$ ، میان تغییر متوسط لا نسبت به x
صرف کردن در مبلغ موجب فروز
وقتی بورد از ۱۰۰۰۰ به ۱۱۰۰۰ دلار افزایش یافته چیست؟ میزان تغییر نظای
نسبت به x وقتی بورد ۱۰۰۰۰ دلار است چقدر است؟

$$f(x) = 5 + 400x - 2x^2$$

تغییر متوسط و x (از x به $x + \Delta x$) تغییر می‌دهد؛ $\frac{f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)}{\Delta x}$

$$\frac{f(10+1) - f(10)}{1} = \frac{f(11) - f(10)}{1}$$

$$= (5 + 400(11) - 2(11)^2) - (5 + 400(10) - 2(10)^2)$$

$$= 4163 - 3805 = 358$$

(تغییر متوسط کالا فروخته شده 358 و 1000 دلار افزایش بودجه تبلیغاتی است)

$$f'(n) = 400 - 4n \quad \rightsquigarrow \quad f'(10) = 360$$

وقتی بوجه مبلغ ۱۰۰۰۰ دلار است میزان تغییراتی که تعداد گالای فروخته شده
۳۶۰ واحد به ۱۰۰۰ دلار افزایش در بوجه مبلغ است .

مشتق توابع \sin و \cos ← بارها خطی و هزار باره میله‌های این است می‌پرسد؟

$$f(n) = \sin n \quad \rightsquigarrow \quad f'(n) = \cos n$$

$$f'(n) = n^2 \cos n + 2n \sin n \quad ? \quad f(n) = n^2 \sin n \quad \leftarrow \text{میان مشتق تابع}$$

$$f(x) = \cos x \quad \rightarrow \quad f'(x) = -\sin x$$

$$f(x) = \frac{\sin x}{1 - 2\cos x}$$

میں سے تابع، اور، اب یہ:

$$f'(x) = \frac{(1 - 2\cos x)(\cos x) - (\sin x)(2\sin x)}{(1 - 2\cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x - 2(\cos^2 x + \sin^2 x)}{(1 - 2\cos x)^2} = \frac{\cos x - 2}{(1 - 2\cos x)^2}$$