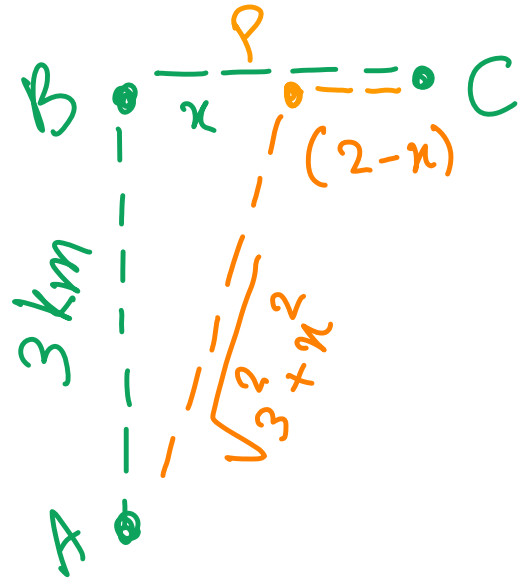


جسہ اللہ الرحمن الرحیم

ریاضی I درازمہ کار، ریاضی مسوع

نقطہ A و B در طاقین رودخانه مستقیم به عرض 3 km مقابل بلد بلگرند. نقطہ C در طرف B ولی 2 کیلومتر پایین تر از B است. خواهم از A به C کابل تکسیم، طرینہ کابل کے در زہ آب 25% بیسہ از روی زفن باندہ کرام کترین طرینہ برادارو؟

نقطہ P را زفن می کنیم بطوری کہ فاصلہ زہ آب از A تا P و از P تا C مسیر انتہای جا باشد C



هزینه کا بندے (k ریال)  
 هزینه کا بندے زیر آب  $\left(\frac{5}{4}k\right)$  ریال

تابع هزینه

$$C(x) = \frac{5}{4}k\sqrt{3^2 + x^2} + k(2-x)$$

برای یافتن استریم

$$\left( C'(x) = \frac{5kx}{4\sqrt{9+x^2}} - k = 0 \right) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 5x &= 4\sqrt{9+x^2} \\
 25x^2 &= 16(9+x^2) \\
 9x^2 &= 16 \cdot 9 \\
 x^2 &= 16 \\
 x &= \pm 4
 \end{aligned}$$

4- اصطلاحاً، سینه خارجی معادله  $C(n)$  است ولی جانب آئینده  $4 + c$  (در بازه  $[2, \infty)$ )

نیست پس کالج  $C$  در  $[0, 2]$  عدد بحرانی ندارد لذا این مسئله هم باید در یک نقطه استراحت

خیزد لذا ارزیابی  $C(0)$  و  $C(2)$  داریم

$$C(0) = \frac{23}{4}k \quad / \quad C(2) = \frac{5}{4}k\sqrt{13}$$

سینه جلو

$$\frac{5}{4}k\sqrt{13} < \frac{23}{4}k$$

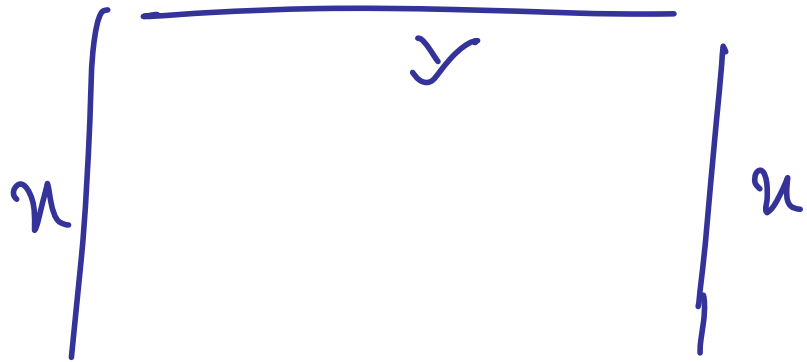
پس  $\frac{5}{4}k\sqrt{13}$  که در  $(n=2)$  اتفاق می افتد یا استراحت یعنی کلین میرد  $AC$  در  $A$

مسئله ۵: می‌خواهیم در کنار یک رودخانه با مبلغ 3600 دلار یک مزرعه مستطیلی را

با حصاریت ایجاد کنیم بهای حصاریت برای سطح مولاری او در خانه هر فوت 12 دلار است

و سطح طرف رودخانه حصاریت نمی‌خواهد بپردازیم (چون رودخانه است) هر فوت 8 دلار هزینه خواهد داشت

ابعاد بزرگترین مزرعه‌ای که می‌توانیم ایجاد کنیم چقدر است؟



$$A = xy$$

$$8x + 8x + 12y = 3600$$

برای نوشتن حالت بر حسب  $x$  داریم:

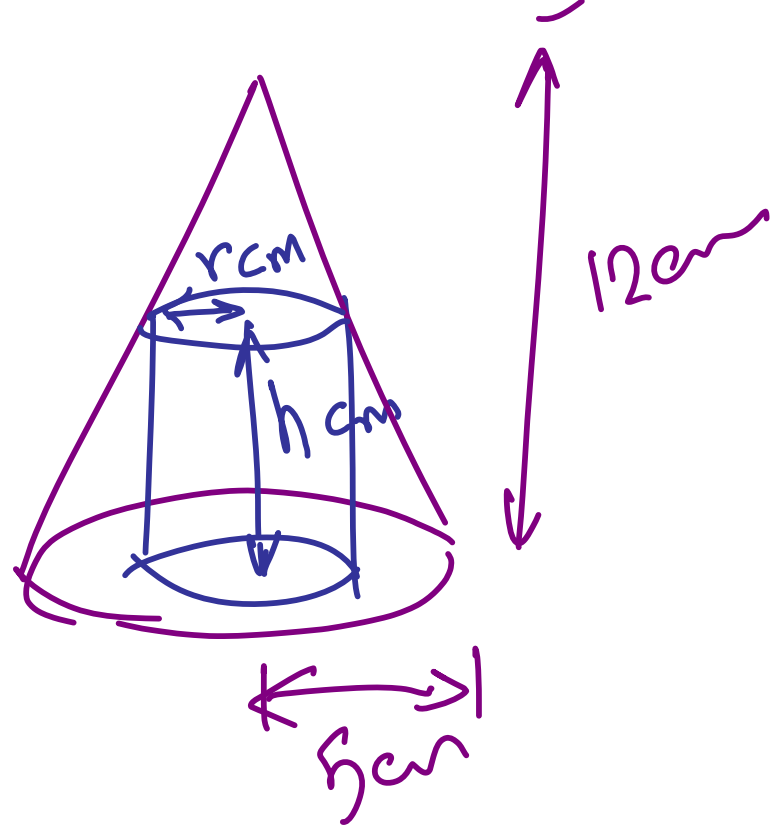
$$\left( \begin{array}{l} 12y = 3600 - 16x \\ y = \frac{3600 - 16x}{12} \end{array} \right) \Rightarrow A(x) = x \left( \frac{3600 - 16x}{12} \right) = \frac{3600x}{12} - \frac{16}{12}x^2$$
$$= 300x - \frac{4}{3}x^2$$

$$A'(x) = 300 - \frac{8}{3}x = 0 \Rightarrow x = \frac{300}{\frac{8}{3}} = 112,5$$

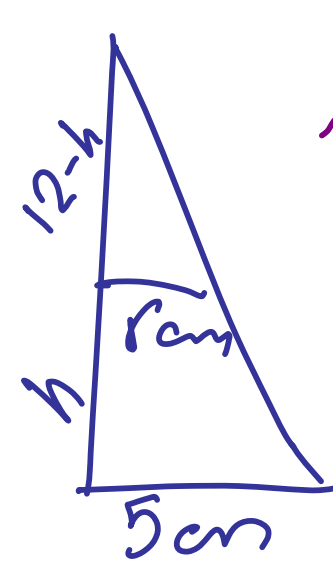
$$\Rightarrow y = 150 \quad / \quad A = 16875 \quad f_t^2$$

۵

مسئله: ابعاد استوانه قائم با پهنای 5cm در دایره محیطی آن بر 5cm<sup>2</sup>،  
 ارتفاع 12cm و مساحت سطح جانبی آن 50cm<sup>2</sup> است.



ارتفاع 12cm و مساحت سطح جانبی آن 50cm<sup>2</sup> است.



استوانه  $V = \pi r^2 h$

$$\frac{12-h}{r} = \frac{12}{5}$$

$$h = \frac{60 - 12r}{5}$$

$$V(r) = \pi r^2 \left( \frac{60 - 12r}{5} \right)$$

$$V(r) = \frac{12}{5} \pi (5r^2 - r^3)$$

$$V'(r) = \frac{12}{5} \pi (10r - 3r^2) = 0$$

$$\Rightarrow r(10 - 3r) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 10/3 \\ r = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} V(10/3) &= \frac{400}{9} \pi \text{ cm}^3 \rightarrow h = 4 \\ V(0) &= 0 \end{aligned}$$

مثال ۵: (از کار و مستقیم در رسم نمودار) ۵

مثال ۵: برای تابع زیر نقاط عطف تابع و جهت تغییر آن را استخراج کنید:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

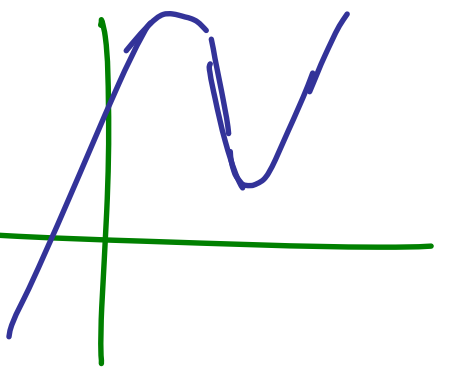
$$f''(x) = 6x - 12$$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

الستمر

$$6x - 12 = 0$$

$x = 2$  نقطه عطف



	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
$x < 2$			
$x = 2$	3	-3	0
$x > 2$			+

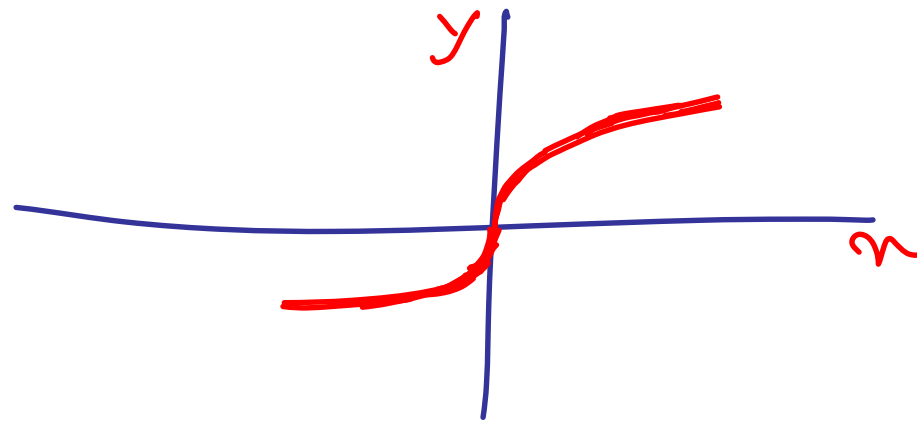


مثال:  $f(x) = x^{1/3}$  نقاط عطف بودن  $f$  را یافته و چرا تغییرات آن را تعیین کنید

$$f(x) = x^{1/3}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} x^{-2/3}$$

$$f''(x) = -\frac{2}{9} x^{-5/3}$$



نقطه آرایش یافته

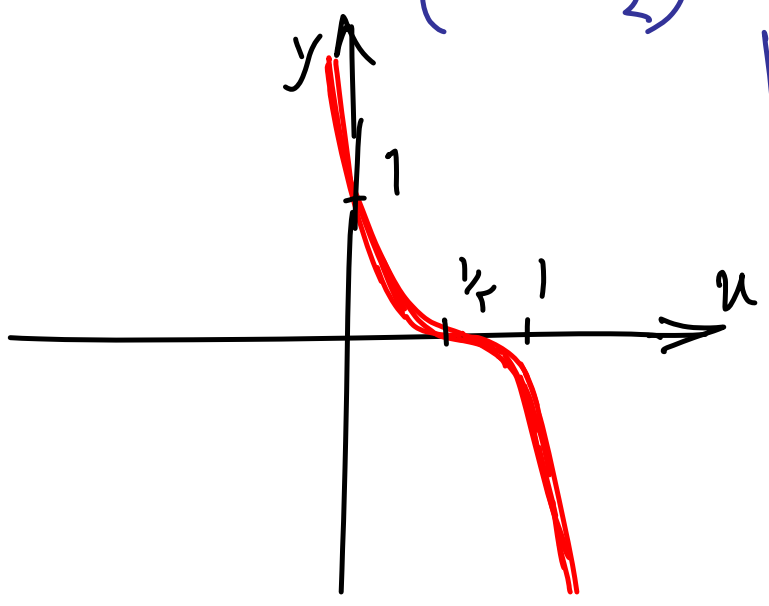
	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	نتیجه
$x < 0$		+	+	نقطه به بالا متحرک است.
$x = 0$	0	وجود ندارد	وجود ندارد	نقطه عطف دارد
$0 < x$		+	-	نقطه به پایین متحرک است.

مسئله: سوال: برکت تابع  $f(x) = (1-2x)^3$  ، نقاط عطف و بار را یافته و جهت تغییرات

$$f'(x) = -6(1-2x)^2$$

$$f''(x) = 24(1-2x)$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow (x = 1/2)$$



	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	نتیجه
$x < 1/2$			+	به بالا منفرجه
$x = 1/2$	0	0	0	عطف دارد
$x > 1/2$			-	به پایین منفرجه

$$f(x) = \sin x$$

$$f'(x) = \cos x$$

$$f''(x) = -\sin x$$

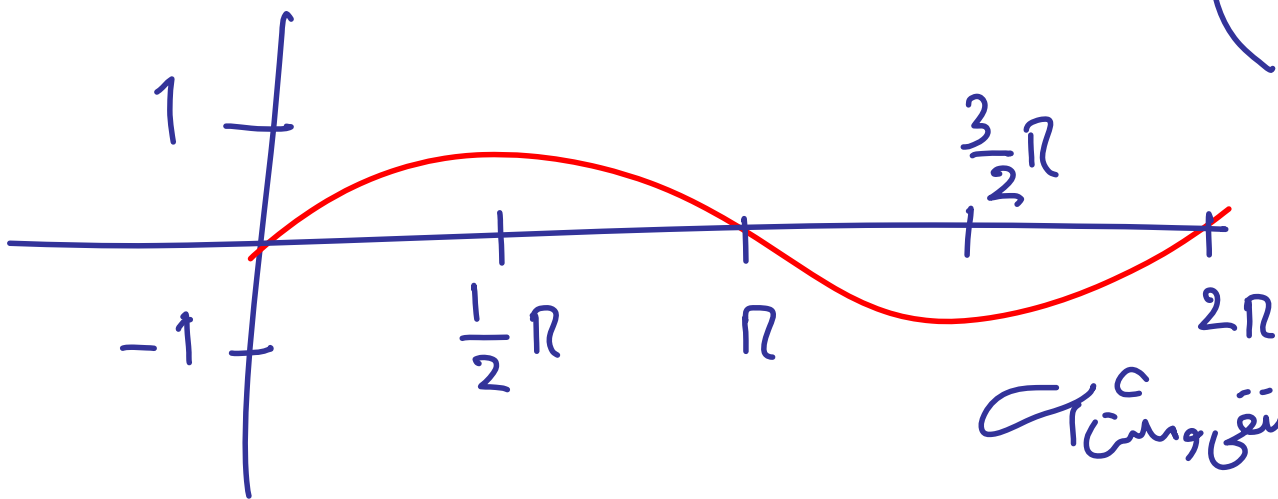
مثال ۰

$$\rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{n\pi}{2}$$

$$\rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow -\sin x = 0$$

$$\left( \begin{array}{l} x = n\pi \\ n \text{ عددهای زوج دلخواه} \end{array} \right)$$

الستریوم



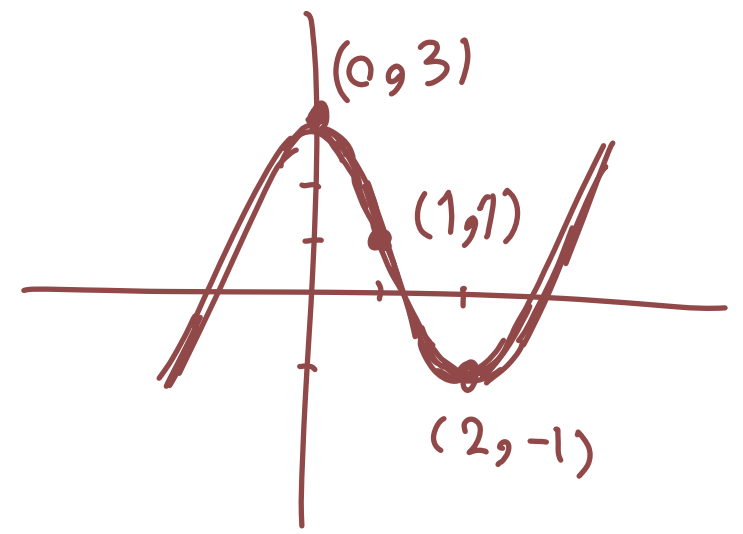
به ترتیب متغی و مثبت است  $\frac{3\pi}{2}$   $\frac{\pi}{2}$  به ترتیب

سک : درجہ درجہ  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$  جت رسم ، اکسٹریما ، نکالو

بازہ لای صغوری و نروے ، جہات تقر و سبب ہماں اعلیٰ را بیاید .

$$f'(x) = 3x^2 - 6x \rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$f''(x) = 6x - 6 \rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow (x = 1)$$



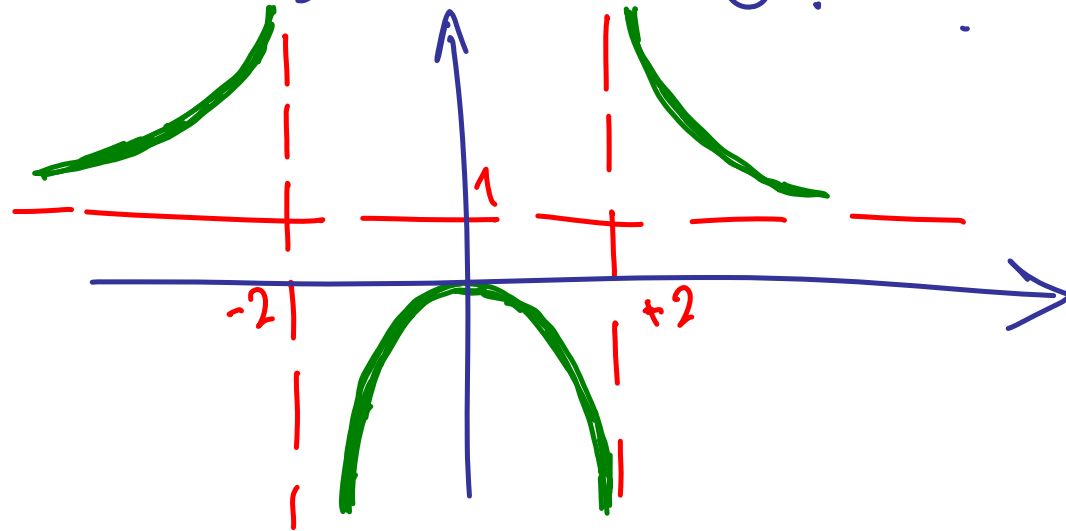
	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$	نتیجه
$x < 0$		+	-	f صعودی نمودار به پائین معترض
$x = 0$	3	0	-	f ماکزیمم دارد
$0 < x < 1$		-	-	f نزولی
$x = 1$	1	-3	0	f محولار نقطه عطف دارد
$1 < x < 2$		-	+	f به بالا معترض
$x = 2$	-1	0	+	f مینیمم نسبی دارد
$x > 2$		+	+	f صعودی نمودار

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

مثال : در تابع رو م. و

تقاطع علف ، بازه های صعودی و نزولی و جهت تقعر تابع را بدست آورده و نسبت به مماس های علفی

رابطه یابی  
بعنوان تعیین مستقیم اول و دوم جدولی مطابق میان بخش ده است کرده و مولد خواسته شده را بیاید



$$f(x) = 5x^{2/3} - x^{5/3}$$

شکل:

$$f'(x) = \frac{10}{3}x^{-1/3} - \frac{5}{3}x^{2/3} \rightarrow (f'(x)=0 \Rightarrow (x=2)) \text{ و } (x=0 \text{ در } f' \text{ وجود ندارد})$$

$$f''(x) = -\frac{10}{9}x^{-4/3} - \frac{10}{9}x^{-1/3} \rightarrow (f''(x)=0 \rightarrow (x=-1)) \text{ و } (x=0 \text{ در } f'' \text{ وجود ندارد})$$

	$f'$	$f''$
$x < -1$	-	+
$x = -1$	6	0
$-1 < x < 0$	-	-
$x = 0$	0	وجود ندارد
$0 < x < 2$	+	-
$x = 2$	0	-
$x > 2$	-	-

$f$  نزولی، محو لاری به بالا مقعر  
 $f$  نزولی، فوقه عطف دارد  
 $f$  نزولی، محو لاری به پایین مقعر  
 $f$  منبسط به بالا  
 $f$  صعودی، محو لاری به پایین مقعر  
 $f$  فائزیم لاری، محو لاری به بالا  
 $f$  نزولی، محو لاری به پایین

