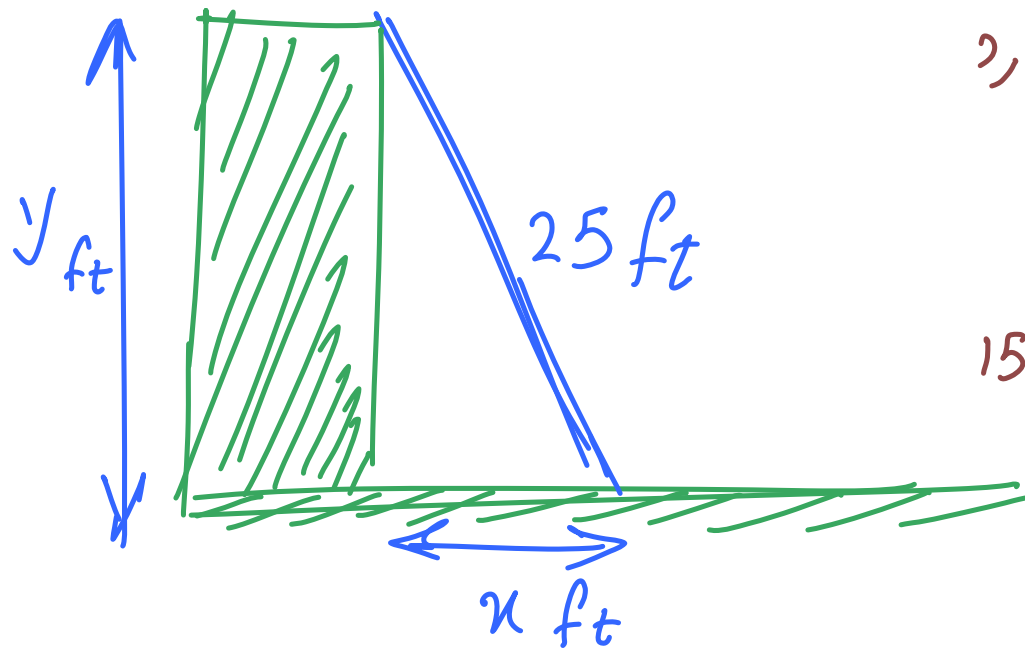


بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ



در ادامه کاربرد های مستقیم
یک نردبان به طول 25 ft به دیواری قائم تکیه دارد
اگر پای نردبان با سرعت 3 ft/sec کشیده شود
با چه سرعتی سر نردبان ، وقتی پای آن در فاصله 15 ft
از دیوار است ، پایین سری خورد ؟

فرض کنیم t زمان سقوط نزدیک به ثانیه ، λ فاصله سر نزدیک کارکن در زمان t به فوت
 و μ فاصله پای نزدیک تا دروازه t به فوت باشد . چون پای نزدیکان بطور افقی به
 سمت 3 $\frac{ft}{s}$ کشیده شده و توان لغت $D_t \mu = 3$ ، λ خواهد بود

$D_t y$ وقتی $n=15$ است را بیابیم.

از قلمبه فیثاغورس داریم $\leftarrow y^2 = (25)^2 - n^2$

چون n و y توانایی از t هستند می توانیم از طرفین رابطه بالا نسبت به t مشتق کنیم

$$2y D_t y = -2n D_t n \Rightarrow D_t y = -\frac{n}{y} D_t n$$

$n = 15 \Rightarrow y = 20$

$$D_t y = -\frac{15}{20} (3) = -\frac{9}{4}$$

پس سرعت در بان با سرعت $-\frac{9}{4}$ ft/sec پایین می آید.

میان: مخزن می است به شکل مخروط وارون به ارتفاع 16 m و شعاع مآخذ 4 m
 آب به میزان $2\text{ m}^3/\text{min}$ وارد مخزن می شود سرعت افزایش سطح آب وقتی عمق آن 5 متر
 است چقدر است؟

t زمان ورود آب به مخزن به دقیقه، h ارتفاع سطح آب در $t\text{ min}$ به متر

و V حجم آب داخل مخزن در $t\text{ min}$ به m^3 است

در هر لحظه حجم آب را بر حسب حجم مخروط بصورت $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ می نویسیم

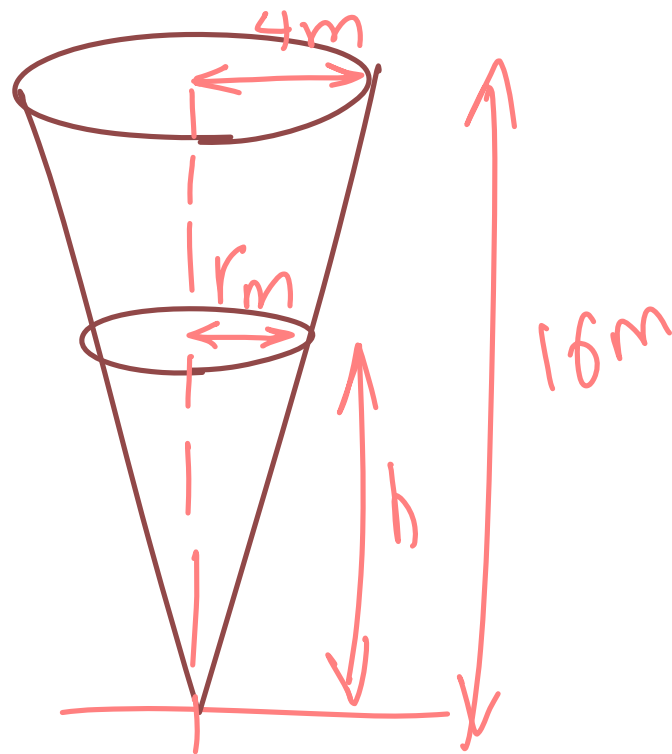
$D_t V = 2$ و r و h تابعی از t هستند. آب با دبی $2 \text{ m}^3/\text{min}$ وارد سوراخ می‌شود پس

$$h=5 \rightarrow D_t h = ?$$

$$\frac{r}{h} = \frac{4}{16} \rightarrow \left(r = \frac{h}{4} \right)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \frac{h^2}{(4)^2} h = \frac{1}{48} \pi h^3$$

با مشتق‌گیری از طرفین نسبت به t (در $t=5$)



$$D_t V = \frac{1}{16} \pi h^2 D_t h \quad \text{و} \quad D_z V = 2$$

$$D_t h = \frac{32}{\pi h^2} \quad \text{و} \quad (h=5) \Rightarrow D_z h = \frac{32}{25\pi}$$

پس وقتی $h=5$ سطح آب با سرعت $\frac{32}{25\pi} \text{ m/min}$ بالا می آید.

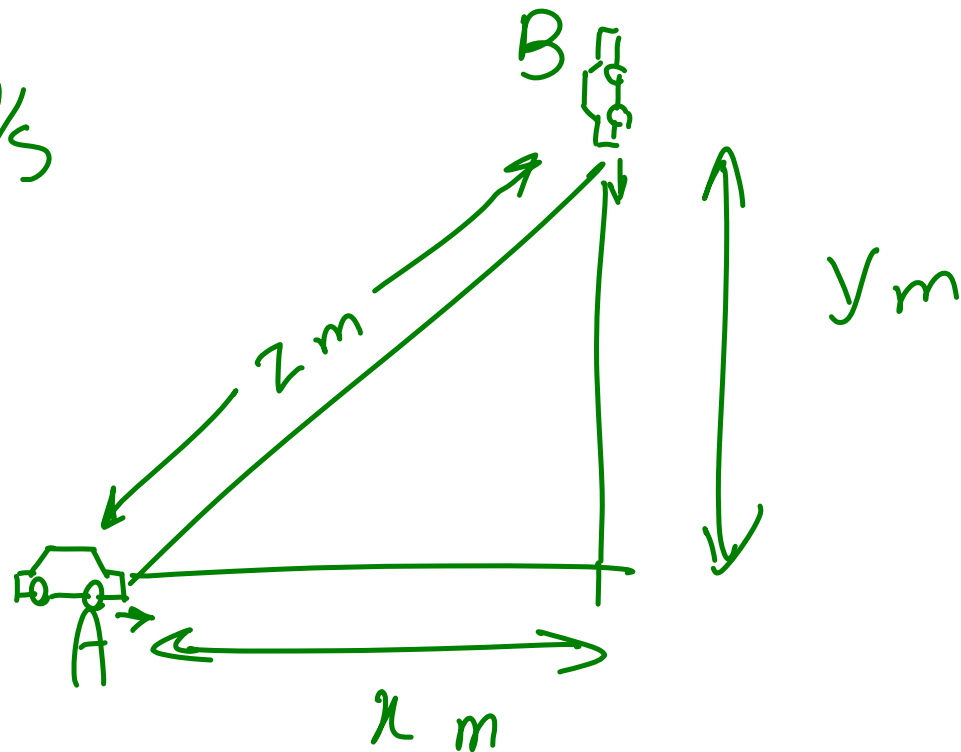
مثال ۵ دو اتوبوس یکی با سرعت ۹۰ کیلومتر بر ساعت به شهرها وارد می کنند با سرعت ۶۰ کیلومتر بر ساعت به سمت جنوب حرکت می کنند اگر هر دو به یک نقطه از راه رسیدند در لحظه ای که اتوبوس اول ۲۰۰ متر دوری ۱۵۰ متر با نقطه فاصله دارند با چه سرعتی به هم نزدیک می شوند؟

$$v_A = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \text{ m/s}$$

$$D_t x = 25 \text{ m/s}$$

$$v_B = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{50}{3} \text{ m/s}$$

$$D_t y = \frac{50}{3} \text{ m/s}$$



$$\left. \begin{array}{l} x=200 \\ y=150 \end{array} \right\} \Rightarrow D_t z = ?$$

$$z^2 = x^2 + y^2$$

$$2z D_t z = 2x D_t x + 2y D_t y$$

$$D_t z = \frac{x D_t x + y D_t y}{z}$$

$$n = 200, \gamma = 150 \Rightarrow (Z = 250)$$

$$D_t Z = \frac{(200)(25) + (150)\left(\frac{50}{3}\right)}{250} = 30 \text{ m/s}$$

به نزدیک شدن دینته وقتی t افزایش می یابد n و لا Z کاهش می یابد و عبارت منتهی هستند

مسئله: برای یک جعبه پرتقال P دلار است و تعداد جعبه پرتقال در هر روز عرضه n است

n هزار است و معادله عرضه به صورت زیر است

$$Pn - 20P - 3n + 105 = 0$$

اگر عرضه وقتی عرضه روزانه 5000 جعبه است، 250 جعبه در روز کاهش یابد به چه پرتغالی تغییر می کند؟

t زمان عرضه پرتقال به روز است و P و η فرد تابعی از t پس

از معادله عرضه به طور صریح نسبت به t مشتق میگیریم و

$$P D_t \eta + \eta D_t P - 20 D_t P - 3 D_t \eta = 0$$

$$D_t P = \frac{3-P}{\eta-20} D_t \eta$$

$D_t \eta = -\frac{250}{1000} = -\frac{1}{4}$ چون $P=6$ ← اگر $\eta=5$ انگاه

$$D_t P = \frac{3-6}{5-20} \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{20} = -0.05$$

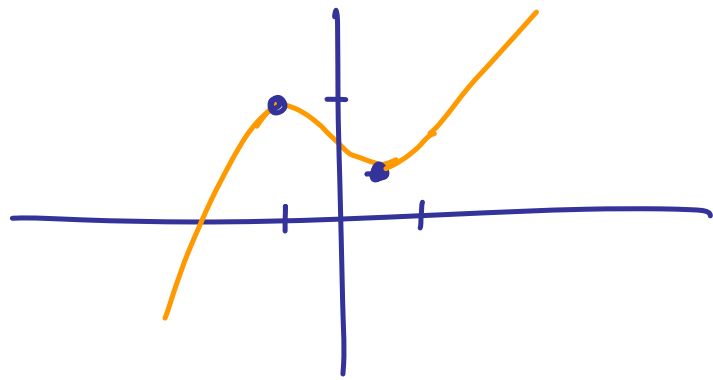
دلار/روز

کاهش

ماکزیم و مینیمم تابع :

سوال ← نسبت و امکان به خود دارند نقطه

مثال : به فرقی $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$ استریمها می سلف و این به



$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (3x - 1)(x + 1) = 0$$

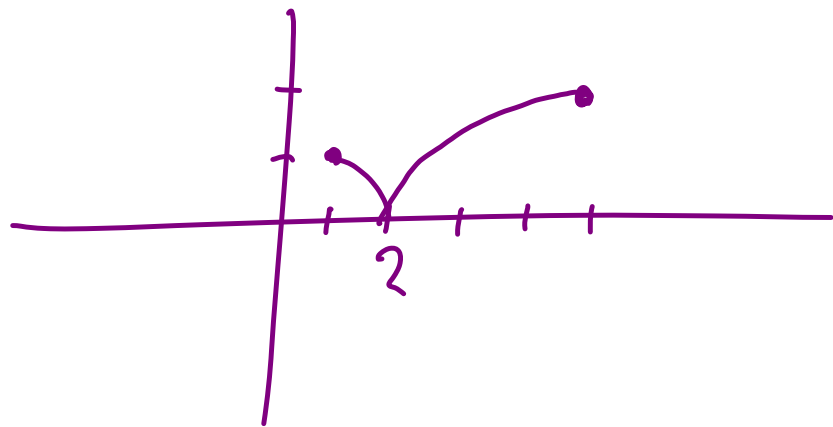
$$\begin{cases} x = -1 \rightarrow f(x) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1/3 \rightarrow f(x) = 22/27 \end{cases}$$

سوال ۵: $f(x) = (x-2)^{2/3}$ استریمها کی مطلق رابیتیه

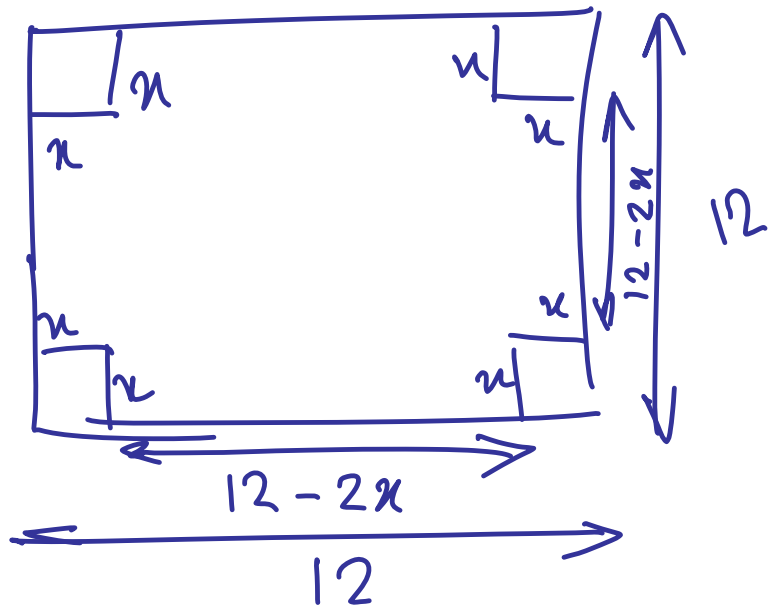
$$f'(x) = \frac{2}{3} (x-2)^{-1/3} = \frac{2}{3(x-2)^{1/3}}$$

له مقدری از x که این عبارت را صفر کند وجود ندارد ولی چون f در $x=2$ وجود ندارد پس $x=2$ اظهاراً یک عدد بحرانی است



سوال ۹: معوالای 12×12 اینج مربعی داریم که با بریدن مربع ای مسوی از

چهار گوشه می خواهیم جعبه بازیم چطور بسازیم حجم رابهای جعبه بازیم ؟



$$V = x(12 - 2x)(12 - 2x)$$

$$\begin{matrix} \downarrow & & \downarrow \\ V(6) = 0 & & V(0) = 0 \end{matrix}$$

x که می خواهیم بسازیم به ازای بازه $[0, 6]$ است

$$V(x) = 144x - 48x^2 + 4x^3$$

$$V'(x) = 144 - 96x + 12x^2$$

$$V'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$$

مردود بحرانی 2 و 6 در بازه $[0, 6]$ است

$$V(6) = 0 \quad \text{و} \quad V(9) = 0 \quad \text{و} \quad V(2) = 128$$

پس بزرگترین حجم 128 in^3 و وقتی اتفاق در افقده نه مربع بردها 6 و 2 اینجی بدنه