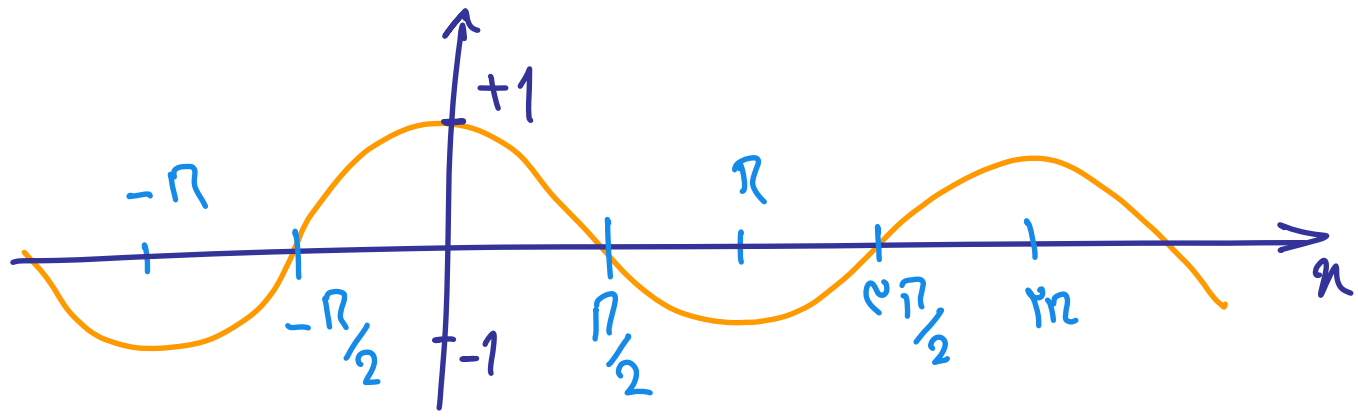


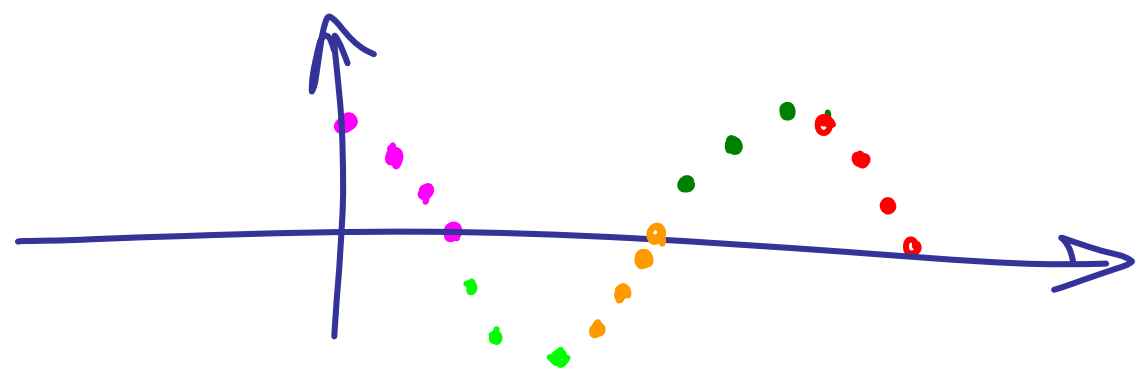
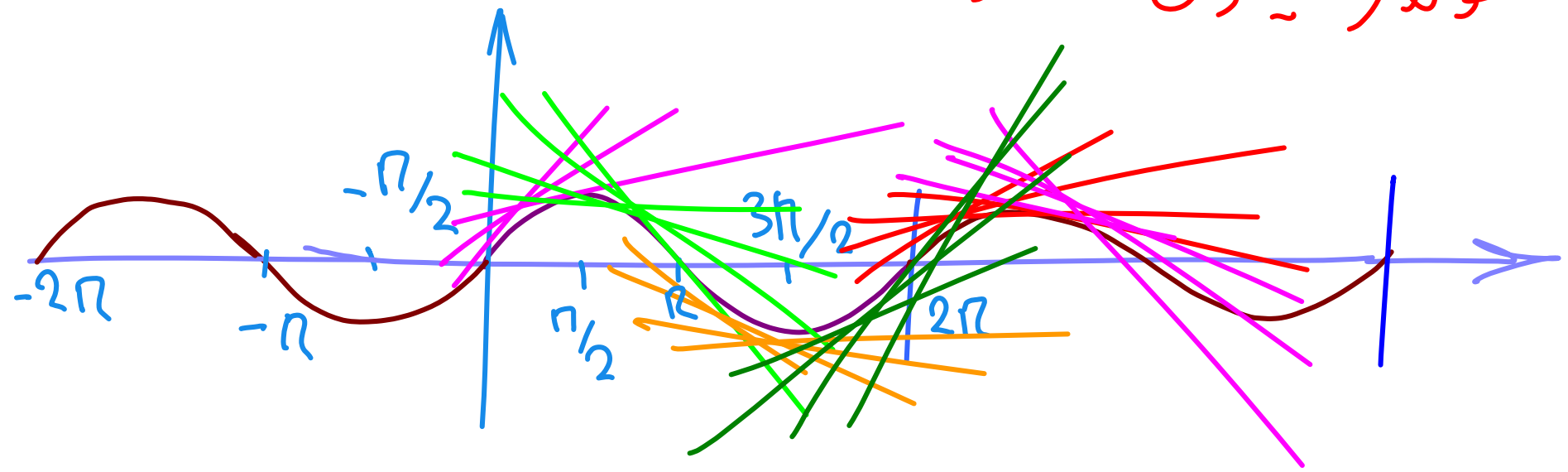
بسیار
دراد لغت است

برای بدست آوردن تابع \cos از اتحاد زیر استفاده می‌کنیم :

$$\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$



عمولار سبب عمولار سينيوس ۽ عمولار \cos سبب.



مسائل : معادله خطیما بر محورهای تابع کسینوس نوشتیم $(0 و \frac{3\pi}{2})$ را بیابید

$$y = \cos u \quad \rightsquigarrow \quad y = -\sin u$$

$$f(u) = \cos u \quad \rightsquigarrow \quad f'(u) = -\sin u$$

$$f'\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$= -(-1) = 1$$

پس معادله خطی را می توانیم با شیب 1، گذرکننده از نقطه $(\frac{3\pi}{2}, 0)$

$$y - 0 = 1\left(u - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$y = u - \frac{3\pi}{2}$$

مشتق تابع مرکب

$$\begin{cases} y = f(u) = u^{10} \\ u = g(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4 \end{cases}$$

$$y = h(x) = f(g(x)) = (2x^3 - 5x^2 + 4)^{10}$$

$$y = f(u)$$

$$u = g(x)$$

قاعده زنجیره‌ای

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) g'(x)$$

$$f(x) = \frac{1}{4x^3 + 5x^2 - 7x + 8}$$

سوال ۹

۹) با قاعده زنجیره‌ای بیابید:

$$f(x) = (4x^3 + 5x^2 - 7x + 8)^{-1}$$

$$f'(x) = -1 (4x^3 + 5x^2 - 7x + 8)^{-2} (12x^2 + 10x - 7)$$

$$= \frac{-12x^2 - 10x + 7}{(4x^3 + 5x^2 - 7x + 8)^2}$$

مثال ۵: به فرض اینکه $f(x) = \left(\frac{2x+1}{3x-1}\right)^4$ باشد، $f'(x)$ را بیابید.

$$f'(x) = 4 \left(\frac{2x+1}{3x-1}\right)^3 \frac{(3x-1)(2) - (2x+1)(3)}{(3x-1)^2}$$



مثال ۶: $h(x) = \sin 4x$

در استخراج معادله زنجیره‌ای باید \sin و \cos را در نظر بگیریم.

$$f(u) = \sin u$$

$$g(x) = 4x$$

$$h(x) = f(g(x)) = \sin 4x$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= (f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x) \\ &= (\cos[g(x)])(4) \\ &= 4 \cos 4x \end{aligned}$$



$$F(t) = \cos(3t^2 + 2t)$$

$$F'(t) = ?$$

مثال ↩

با استفاده از قاعده زنجیره‌ای داریم

$$F'(t) = [-\sin(3t^2 + 2t)](6t + 2)$$

$$y = \sin(\cos x) \rightarrow y' = \cos(\cos x) [-\sin x]$$

$$f(x) = (3x^2 + 2)^2 (x^2 - 5x)^3$$

∴ حل

$$f(x) = g(x)h(x) \rightarrow f'(x) = g(x)h'(x) + h(x)g'(x)$$

∴ $g(x)$ و $h'(x)$ و $g'(x)$ و $h(x)$ نكتبهم في

$$\begin{aligned} f'(x) &= (3x^2 + 2)^2 [3(x^2 - 5x)^2(2x - 5)] + (x^2 - 5x)^3 [2(3x^2 + 2)(6x)] \\ &= 3(3x^2 + 2)(x^2 - 5x)^2 [3x^2 + 2)(2x - 5) + 4x(x^2 - 5x)] \\ &= 3(3x^2 + 2)(x^2 - 5x)^2 [6x^3 - 15x^2 + 4x - 10 + 4x^3 - 20x^2] \\ &= 3(3x^2 + 2)(x^2 - 5x)^2 [10x^3 - 35x^2 + 4x - 10] \end{aligned}$$

$$Q(x) = \sin^4 2x^2$$

$$Q'(x) = 4 \sin^3 2x^2 \left[\cos 2x^2 \right] (4x)$$

$$= 16x \sin^3 2x^2 \cos 2x^2$$

$$f(x) = x^r$$

مشتق تابع توانی a

در وقت r عدد صحیح است

$$f'(x) = r x^{r-1}$$

وار $f(x) = [g(x)]^r \rightarrow f'(x) = r[g(x)]^{r-1} g'(x)$

که این پاسخ با استفاده از قاعده زنجیره‌ای و قضایای دیگر قابل اثبات است.

مثال:

$$f(x) = 4 \sqrt[3]{x^2}$$
$$\rightarrow f(x) = 4 x^{2/3} \rightarrow f'(x) = 4 \cdot \frac{2}{3} x^{2/3-1}$$

Ques:

$$h(x) = \sqrt{2x^3 - 4x + 5}$$

$$h(x) = (2x^3 - 4x + 5)^{1/2}$$

$$h'(x) = \frac{1}{2} (2x^3 - 4x + 5)^{-1/2} (6x^2 - 4)$$

$$= \frac{3x^2 - 2}{\sqrt{2x^3 - 4x + 5}}$$

$$g(x) = \frac{x^3}{\sqrt[3]{3x^2 - 1}}$$


$$\rightsquigarrow g'(x) = ?$$

Ques

$$g(x) = x^3 (3x^2 - 1)^{-1/3}$$

$$g'(x) = 3x^2 (3x^2 - 1)^{-1/3} - \frac{1}{3} (3x^2 - 1)^{-4/3} (6x)(x^3)$$

$$= x^2 (3x^2 - 1)^{-4/3} [3(3x^2 - 1) - 2x^2]$$

$$= \frac{x^2(7x^2 - 3)}{(3x^2 - 1)^{4/3}}$$


حسبتی مرتبہ بالآخر

تابع f کے مستوی تابع f اسے مستوی اول f کا اول
ہے ہمیں ترتیب f کے مستوی تابع f وجود دے گا۔ پھر f کے مستوی دوم f
وہ ہمیں ترتیب مستوی سوم f کا f کے مستوی دہم

مثال $f(x) = 8x^4 + 5x^3 - x^2 + 7x$ تابع f رابعا ہے

$$f'(x) = 32x^3 + 15x^2 - 2x + 7$$
$$f''(x) = 96x^2 + 30x - 2$$

$$f'''(x) = 192x + 30$$

$$f^{(4)}(x) = 192$$

$$f^{(5)}(x) = 0$$

$$f^{(n)}(x) = 0 \quad n \geq 5$$

چون $f'(x)$ میزان تغییر $f(x)$ بر واحد تغییر در x است $f''(x)$ هم میزان تغییر $f'(x)$ بر واحد تغییر در x می باشد، به عبارت دیگر اگر f' نسبت خطای x بر مگره در نقطه (x, y) باشد f'' میزان تغییر نسبت خطای x در نقطه (x, y) است

مثال: فرض کنید $m(x)$ نسبت خطای x بر مگره $y = x^3 - 2x^2 + x$ در نقطه (x, y) باشد، مطلوب است میزان تغییر نسبت خطای m بر واحد تغییر در x در نقطه $(2, 2)$

$$m = 3x^2 - 4x + 1$$

$$\text{تغییرکشی } m = y'' = 6x - 4$$

$$y'' = 8$$

نقطه (2, 2)

پس در این نقطه تغییر m برابر تغییر a است

در حرکت مستقیم اگرچه ذره تماماً در t ثانیه $f(t)$ سانتیمتر باشد

سرعت ذره در t ثانیه $f'(t)$ سانتیمتر بر ثانیه است و میزان تغییرکشی

سرعت در t ثانیه $f''(t)$ سانتیمتر بر ثانیه ثانیه است

در فیزیک میزان تغییرکشی سرعت را شتاب لحظه‌ای می‌نامیم