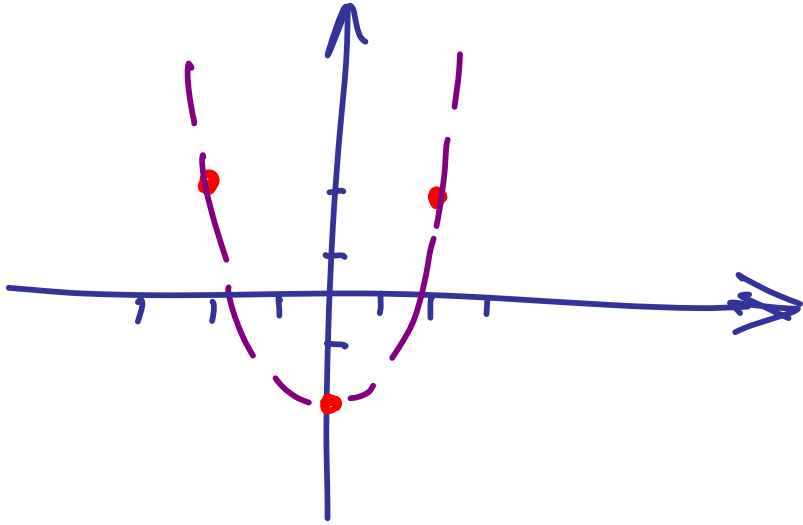


بسم الله الرحمن الرحيم

مناهی از رسم نمودار توابع

مثال / معادله زیر را در نظر بگیرید

$$y = x^2 - 2$$

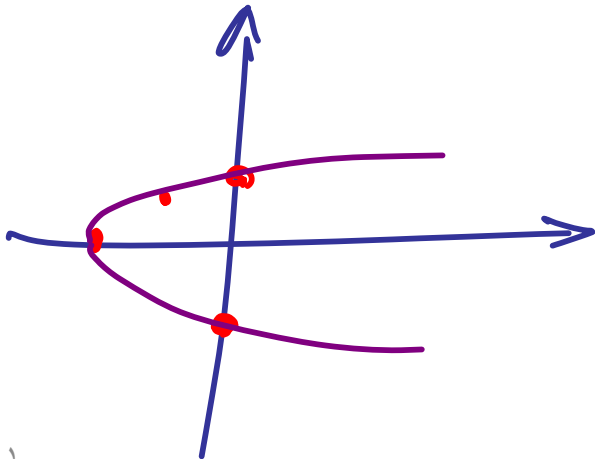


$x$	0	1	2	3	4	-1	-2	-3	-4
$y = x^2 - 2$	-2	-1	2	7	14	-1	2	7	14

نمودار معادله زیر را رسم کنید

مثال <

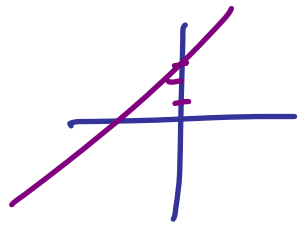
$$y^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x = y^2 - 2$$



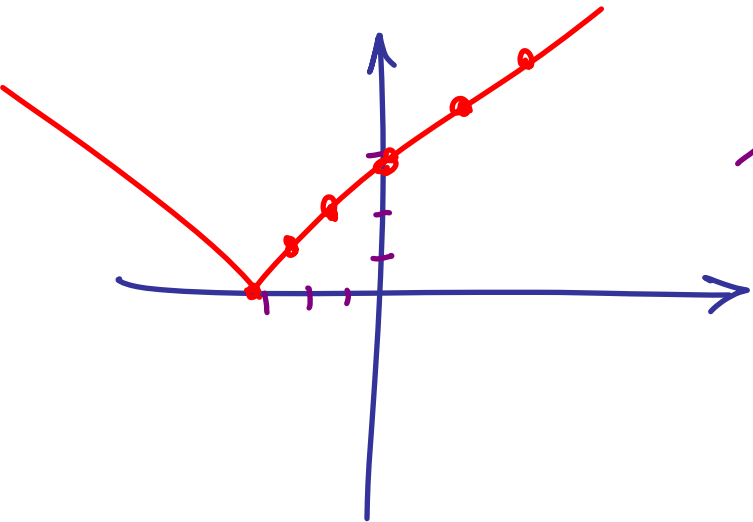
$x$	0	0	1	1	2	2	3	3	-1	-1	-2
$y$	$\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	2	-2	$\sqrt{5}$	$-\sqrt{5}$	1	-1	0

مثال نمودار معادله زیر رسم کنید

$y = |x + 3|$



x	0	1	2	3	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9
y	3	4	5	6	2	1	0	1	2	3	4	5	6



مثال نمودار معادله زیر رسم کنید

$(x - 2y + 3)(y - x^2) = 0$

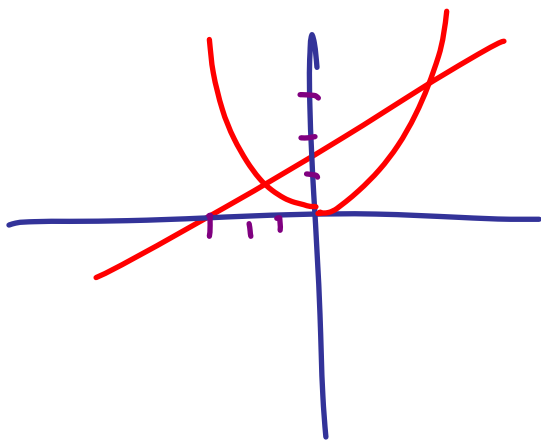
$$y - x^2 = 0$$

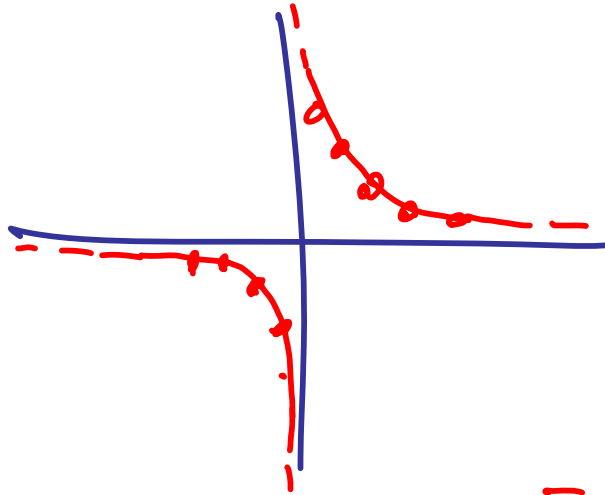
$$y = x^2$$

$$x - 2y + 3 = 0$$

$$x = 2y - 3$$

می توانیم بگوییم این عبارت  
با هم رسد و هر کدام از  
پیرانشها هم می شود پس:





مثال ← معادله  $xy = 1$  رسم کنید.



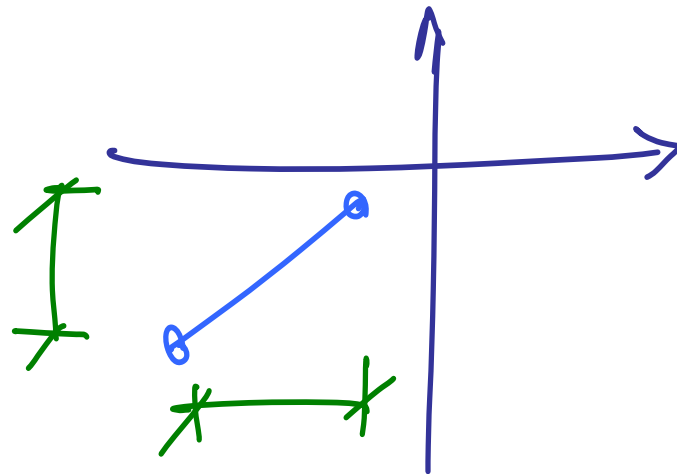
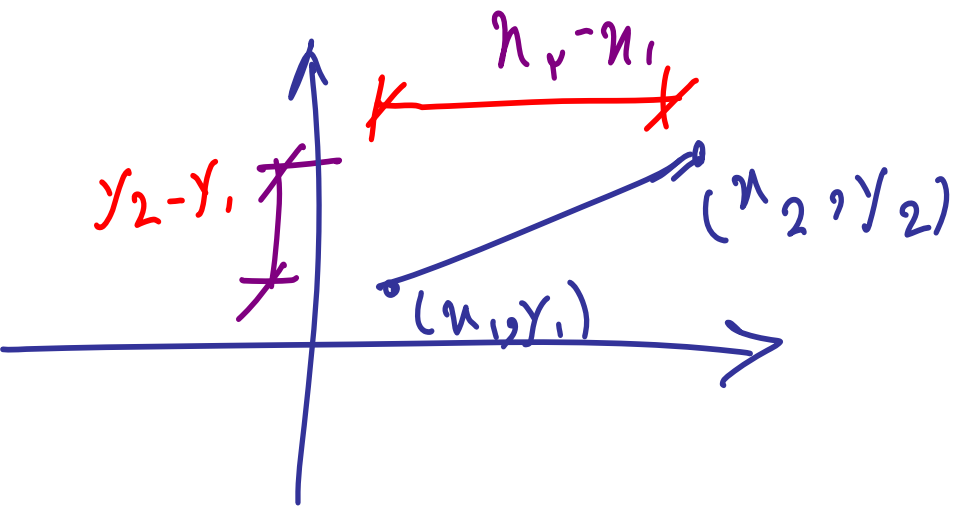
$$y = \frac{1}{x}$$

$-\frac{1}{2}$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$-2$	$-\frac{1}{2}$	$-1$	$?$	$1$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$2$	$3$

تعريف

فاصله غير جهت دار بين دو نقطه  $P_1(x_1, y_1)$  و  $P_2(x_2, y_2)$  از فرمول زير

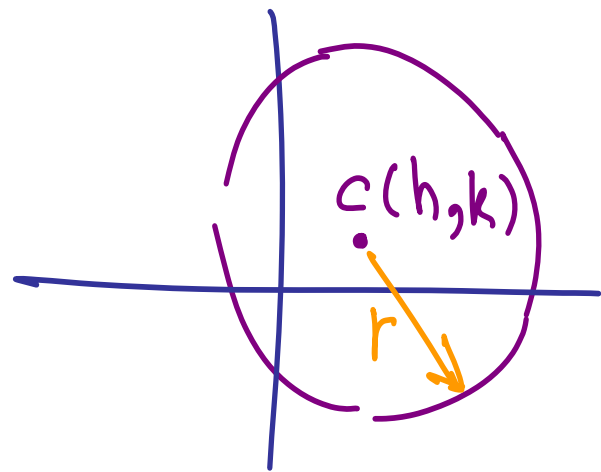
$$|P_1 P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



تعريف

معادله دایره به مرکز  $C(h, k)$  و به شعاع  $r$  به صورت زیر است

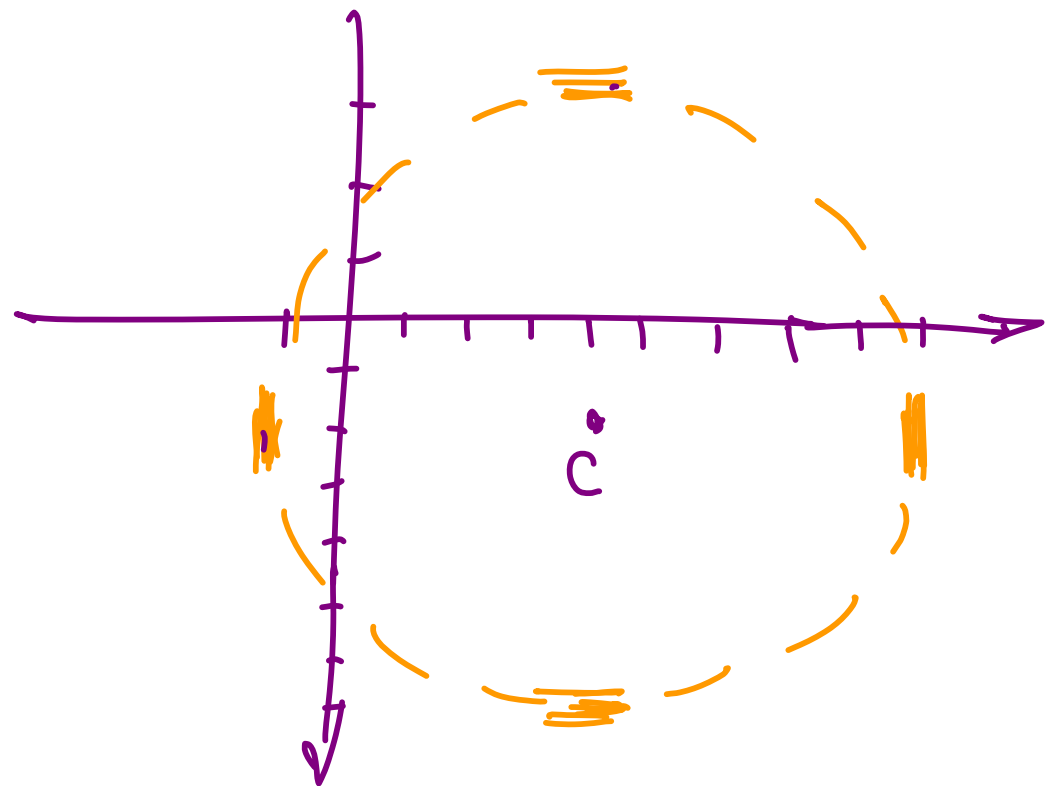
$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$



اگر معادله مجوی نقالی که از یک نقطه ثابت فاصله ی ثابت دارند

مسئله

معادله دایره به مرکز  $(4, -2)$  و شعاع 5 و شعاع 5 را بیابید. این دایره را رسم کنید.



$$\left. \begin{matrix} h = 4 \\ k = -2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow (x-4)^2 + (y+2)^2 = 25$$

نشان دهید که نمودار معادله  $x^2 + y^2 + 6x - 2y - 15 = 0$  یک دایره است؛ مرکز و شعاع آن را پیدا کنید.

می توانیم بصورت

$$(x+3)^2 + (y-1)^2 = 25$$

و این معادله دایره ای به شعاع 5 و به مرکزیت  $(-3, 1)$  است.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

تعریف برای نوشتن معادله خط ←

دو نقطه از خط  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  را متغیر کنند

شیب  $m$  را  
اضلاع عرضی تقسیم بر اضلاع عمودی

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

مسئله ←

قطعه خطی را که يك طرف آن روی محور  $x$  ها و طرف دیگر آن روی محور  $y$  ها است، در نظر بگیرید و فرض کنید نقطه  $(2, 3)$  وسط این قطعه خط باشد. معادله خط را پیدا کنید.

از صورت مسئله درمی یابیم که دو نقطه  $(0, ?)$  و  $(?, 0)$  روی این خط هستند و می توانیم آن را  $(2, 3)$  بدانیم.

پس  $\frac{0 + ?}{2} = 3$  و  $\frac{? + 0}{2} = 2$  ← نقاط  $(6, 0)$  و  $(0, 4)$

$$y - 3 = \frac{6 - 3}{0 - 2} (x - 2)$$

$$y - 3 = -\frac{3}{2} (x - 2) \rightarrow (y = -\frac{3x}{2} + 6)$$

$(3x + 2y = 12)$  و یا



مثال

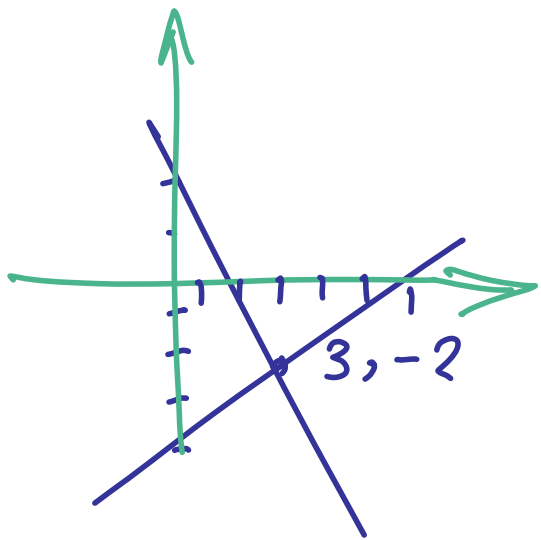
خطهای  $L_1$  با معادله  $2x - 3y = 12$  و  $L_2$  با معادله  $4x + 3y = 6$  داده شده اند، نمودار آنها را رسم، ومختصات نقطه تقاطع  $L_1$  و  $L_2$  را پیدا کنید.

برای پیدا کردن نقطه تقاطع دو خط و یا حل تقاطع با محورهای مختصات و مسایل کرد.

برای حل تقاطع چون هر دو این دو معادله هستند پس اصطلاحاً با هم حل می کنیم

$$\begin{cases} 4x + 3y = 6 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{4}{3}x + 2 \\ y = \frac{2}{3}x - 4 \end{cases}$$

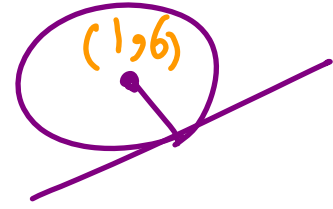
$$-\frac{4}{3}x + 2 = \frac{2}{3}x - 4 \Rightarrow (x=3) \text{ و } (y=-2)$$





مثال ۳ ← معادله دایره‌ای را پیدا کنید که مرکزش نقطه  $C(1, 6)$  و بر خط  $l$  با معادله  $x - y - 1 = 0$  مماس باشد.

وقتی قرار است به خطی مماس بکشیم پس خطی که از مرکز دایره به این خط عمود می‌شود سبب عکس‌دار



$$y = x - 1$$

$$m = 1$$

$$m' = -1$$

خط عمود عمود  $\Rightarrow y - 6 = -1(x - 1)$

$$y = -x + 1 + 6$$

محل تقاطع  $\Rightarrow (x = 4)$  و  $(y = 3)$   $\Rightarrow r = \sqrt{(4-1)^2 + (3-6)^2}$

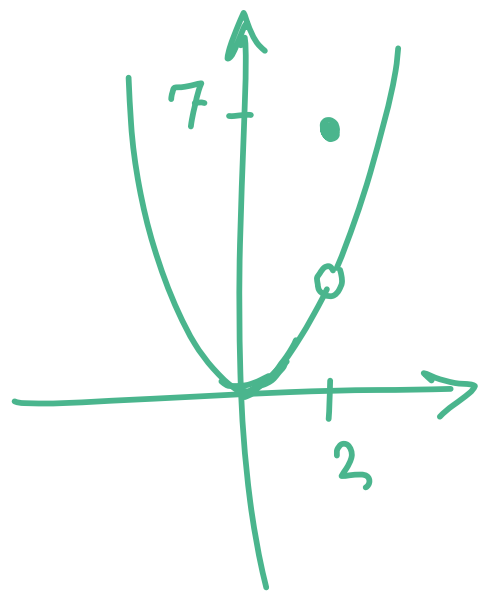
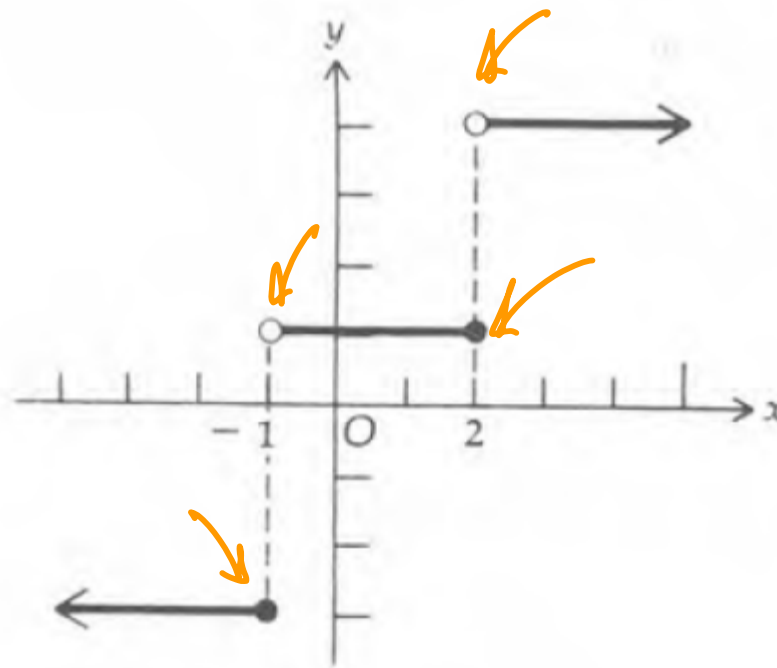
معادله دایره:  $(x - 1)^2 + (y - 6)^2 = (\sqrt{18})^2$

$$r = \sqrt{18}$$

مثال:

$$y = \begin{cases} -3 & x \leq -1 \\ 1 & -1 < x \leq 2 \\ 4 & 2 < x \end{cases}$$

به بازه‌های جواب (وقت شور).



مثال ← فرض کنید  $f$  تابعی باشد متشکل از مجموعه تمام زوجهای مرتب  $(x, y)$  به طوری که

$$y = \begin{cases} x^2 & x \neq 2 \\ 7 & x = 2 \end{cases}$$

تعریف < تابع را با نماد  $f$  نشان می‌دهند صورتی که دارای  $x$  و  $f(x)$  باشد

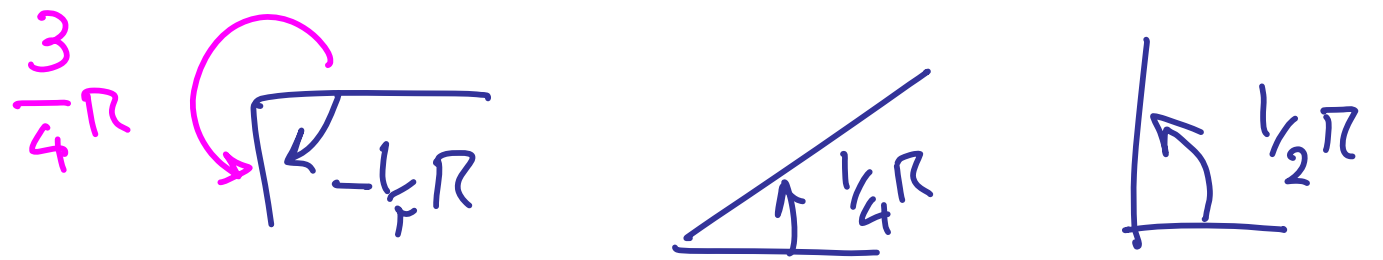
$$f(x) = 3x^2 - 5x + 2$$

جمع و تفریق و ضرب و تقسیم توابع مختلف هم ممکن است مثل  $(f+g)(x)$

همچنین ترکیب توابع مثل  $f \circ g(x)$  یا  $f \circ f(x)$

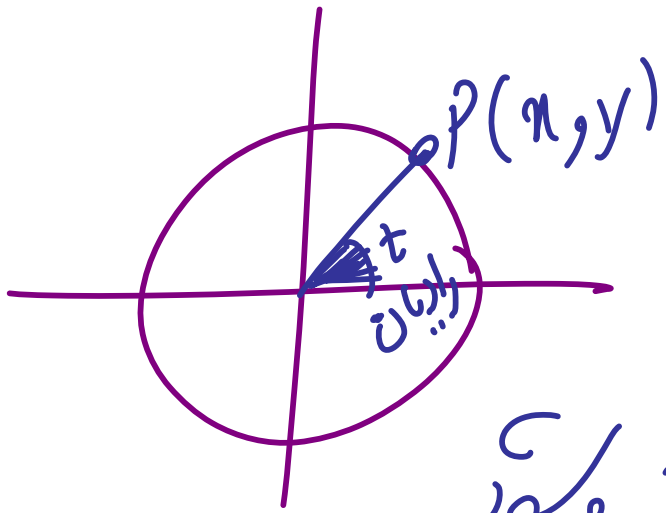
توابع مثلثاتی :

طول محیط دایره  $C = 2\pi r$  اگر دایره واحد باشد این مقدار  $2\pi$  است  
مقدار زاویه بر حسب رادیان هم با معیار زاویه متقابل به محیط دایره مشخص می‌شود



پس تبدیل درجه به رادیان قابل انجام است

$\left\{ \begin{array}{l} 2\pi \text{ رادیان} \text{ به } 360^\circ \\ \pi \text{ رادیان} \text{ به } 180^\circ \end{array} \right.$



با فرض انتبه  $t$  یک عدد است

تعریف کوسینوس با  $\cos t = x$

تعریف سینوس با  $\sin t = y$

فکر و توابع سینوس و کوسینوس مجموعه همه اعداد است و برد هر دو تابع  $[-1, 1]$  است  
 پس چون نه دایره واحد تعریف شده است ،

Sin و Cos جي ٻنهي توابع جي برابر ڪرڻ کان پوءِ ڪي به ٻه

$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \leftarrow \text{مثال}$$

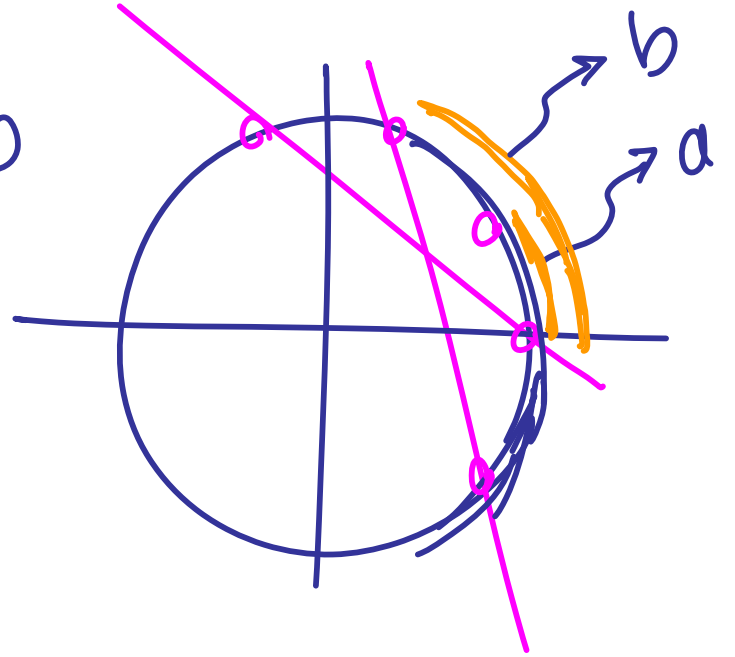
$$\cos \frac{3\pi}{2} = 0$$

⋮

جيئن ته  $(\cos^2 t + \sin^2 t = 1)$  اسان کي  $(x^2 + y^2 = 1)$  وٺڻو پوندو

رابطه یارای یک ای و نامیده می شود و کارهای آن  
 روابط دیگری که بسیار سودمند است در زیر آورده است

$$\begin{cases} \cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \end{cases}$$



$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \cos t \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \sin t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \\ \sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 2t = 2 \sin t \cos t \\ \cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t \end{cases}$$



The screenshot shows the Maple 16 software interface in Math mode. The main window is titled "Untitled (1)\* - [Server 3] - Maple 16". The menu bar includes "File", "Edit", "View", "Insert", "Format", "Table", "Drawing", "Plot", "Spreadsheet", "Tools", "Window", and "Help". The toolbar contains various icons for file operations, navigation, and mathematical functions. The sidebar on the left lists several categories of mathematical symbols and tools, including Favorites, MapleCloud (Off), Live Data Plots, Variables, Handwriting, Expression, Units (SI), Units (FPS), Common Symbols, Matrix, Components, Greek, Arrows, Relational, Relational Round, Negated, Large Operators, Operators, Open Face, and Fraktur. The main editing area is currently empty, and the status bar at the bottom indicates "C:\Program Files\Maple 16 Memory: 2.0M Time: 0.10s Math Mode".

حکایتنامه MAPLE  
نصب ایام مسود